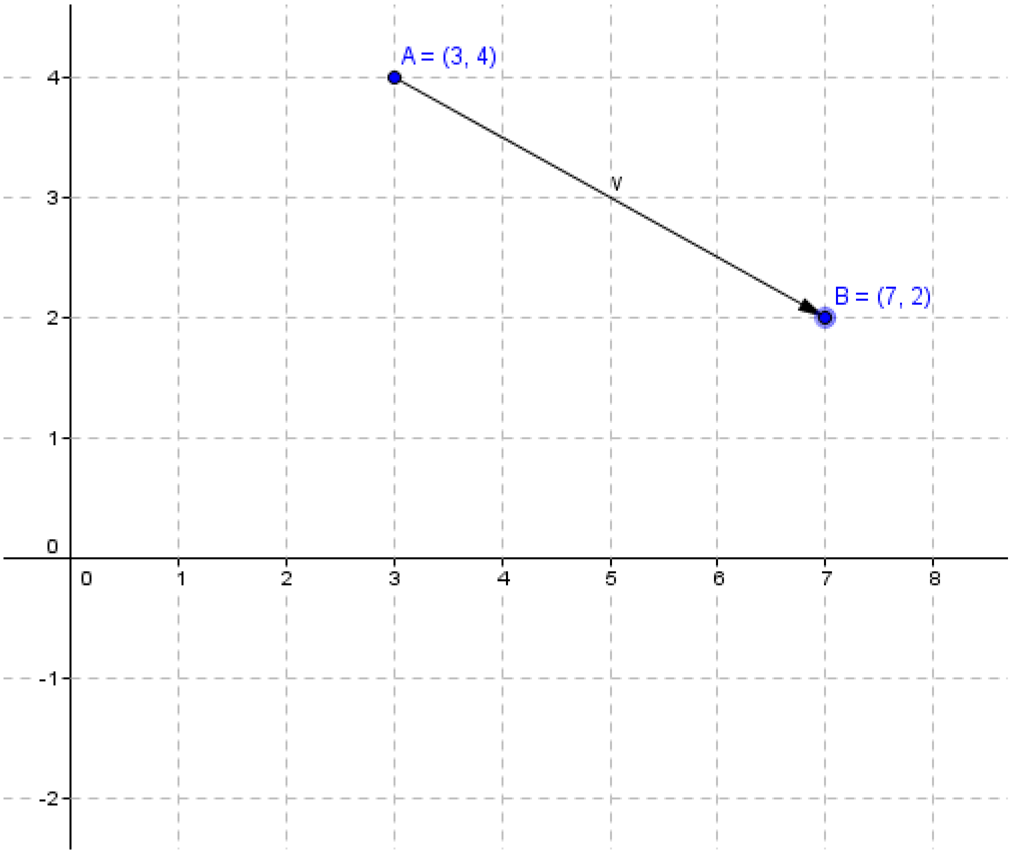
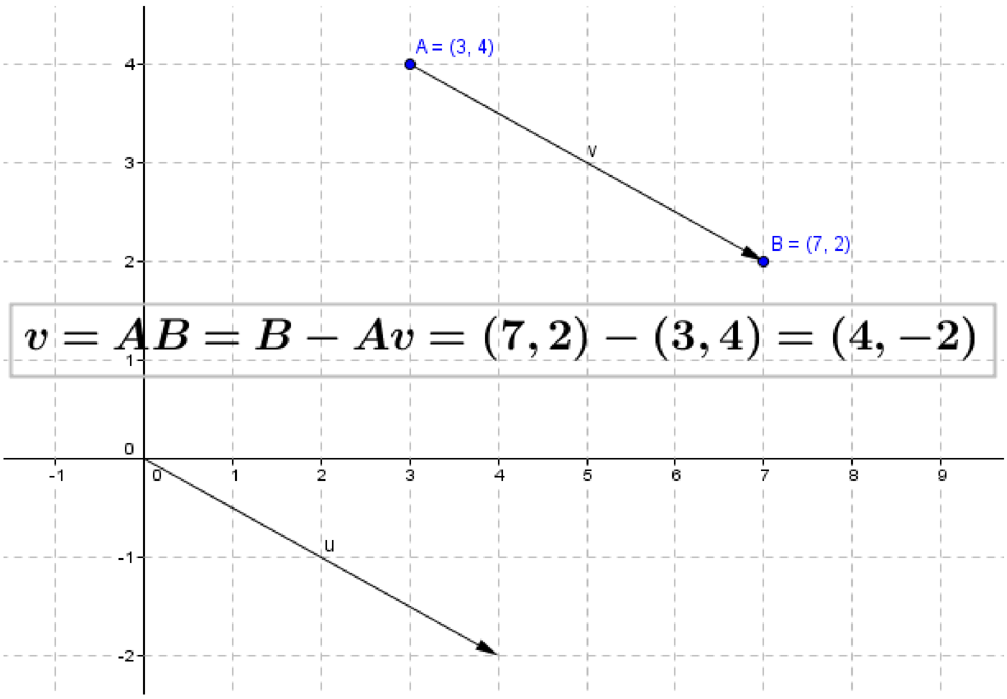
MATEMÁTICA II

NOMBRES Y APELLIDOS:____

1. Los puntos inicial y final del vector $\bar{v}$ son (3, 4) y (7, 2), respectivamente.
   a) Determinar las componentes del vector $\bar{v}$.



b) Representar $\bar{v}$ con su punto inicial en el origen.



c) Encontrar la magnitud de $\bar{v}$.

$$\bar{v} = (4, -2)$$

La magnitud o norma es:

$$\|\bar{v}\| = \sqrt{(4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{20}$$

d) Hallar el vector $\overline{\boldsymbol{x}}$ **:**

$$3(0,2) + 2\overline{\boldsymbol{x}} - 5(1,3) = (-3, -5\,) + 3\bar{v}$$
$$(0,6) + 2\overline{\boldsymbol{x}} - (5, 15) = (-3, -5\,) + 3(4, -2)$$
$$(-5,9) + 2\overline{\boldsymbol{x}} = (9, -11\,)$$
$$\boldsymbol{2}\overline{\boldsymbol{x}} = (9, -11\,) + (-5,9)$$
$$\boldsymbol{2}\overline{\boldsymbol{x}} = (4, -2\,)$$
$$\overline{\boldsymbol{x}} = (2, -1\,)$$

e) Hallar el vector el vector unitario de $\overline{\boldsymbol{x}}$

$$\overline{\boldsymbol{u}} = \frac{\overline{\boldsymbol{x}}}{\|\overline{\boldsymbol{x}}\|}$$

$$\overline{\boldsymbol{x}} = (2, -1\,)$$

$$\|\overline{\boldsymbol{x}}\| = \sqrt{(2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$$

$$\overline{\boldsymbol{u}} = \frac{(2, -1\,)}{\sqrt{5}} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

2. Una empresa constructora tiene un pedido de tres tipos de casas: 5 de tipo A, 7 de tipo B y 12 de tipo C. Escribir un vector $\overline{\boldsymbol{x}}$ cuyas coordenadas sean el número de casas de cada tipo. Supongamos que cada casa del tipo A necesita 20 unidades de madera, del tipo B 18 unidades y del tipo C 25 unidades. Escribir un vector $\overline{\boldsymbol{u}}$ cuyas coordenadas sean las cantidades de madera requeridas por los tipos A, B y C. Hallar $\overline{\boldsymbol{u}} \cdot \overline{\boldsymbol{x}}$ e interpretar el resultado.

Solución

Tipos de casas:	A	B	C
Pedido	5	7	12

$$\Rightarrow \quad \bar{x} = (5, 7, 12)$$

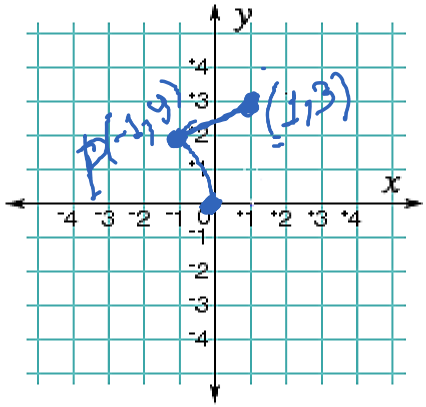
Requerimiento de Materia Prima:	A	B	C
	20	18	25

$$\Rightarrow \quad \vec{u} = (20, 18, 25)$$

$$\therefore \quad \vec{u} \cdot \bar{x} = (5, 7, 12) \cdot (20, 18, 25) = 526$$

3.

a) Si P es el punto $(-1, y)$ y su distancia al origen es la mitad de su distancia al punto $(1,3)$, determine el mayor valor de y.



$$d(P,O) = \frac{1}{2} d(P,Q)$$

$$\sqrt{(-1-0)^2+(y-0)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(1-(-1))^2+(3-y)^2}$$

$$1 + y^2 = \frac{1}{4}\left(4 + (3-y)^2\right)$$

$$1 + y^2 = 1 + \frac{(3-y)^2}{4}$$

$$3y^2 + 3y - 9 = 0$$

$$y = -3 \quad \vee \quad y = 1$$

b) Determinar el mayor valor de k tal para que la recta $\underbrace{k^2x + (k+1)y - 18 = 0}_{L_1}$ sea paralela a la recta $9x - 2y - 11 = 0$. L_2

Solución

$k = ?$

$$L_1 \parallel L_2 \Rightarrow m_1 = m_2$$

$$L_1:\ k^2x + (k+1)y - 18 = 0 \Rightarrow y = \underbrace{\boxed{\frac{-k^2}{k+1}}}_{m_1} x + \frac{18}{k+1}$$

$$L_2:\ 9x - 2y - 11 = 0 \Rightarrow y = \underbrace{\frac{9}{2}}_{m_2} x - \frac{11}{2}$$

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{-k^2}{k+1} = \frac{9}{2} \Rightarrow -2k^2 - 9k - 9 = 0$$

$$2k^2 + 9k + 9 = 0$$

$$\Rightarrow k = -3 \quad \vee \quad k = -3/2$$

4. (Modelo de costo lineal) El costo variable de procesar un kilo de granos de café es de 50¢ y los costos fijos por día son de $300.
   a) Dé la ecuación de costo lineal y dibuje su gráfica.
   b) Determine el costo de procesar 1000 kilos de granos de café en un día.

Solución

a) Si y_c representa el costo (en dólares) de procesar x kilos de granos de café por día, se sigue que de acuerdo con el modelo lineal,

$$y_c = m * c + b$$

en donde m representa el costo variable por unidad y b es el costo fijo.

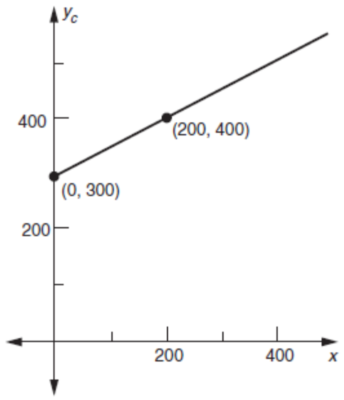
En este caso, $m = 50¢ = \$0.50$ y $b = \$300$.

Por tanto,

$$y_c = 0.5 * x + 300$$

Con la finalidad de dibujar la gráfica de la ecuación anterior, primero encontramos dos puntos en ella.

Haciendo $x = 0$ en la ecuación $y_c = 0.5 * x + 300$, tenemos que $y = 300$; haciendo $x = 200$ en la ecuación $y_c = 0.5 * x + 300$, tenemos que $y_c = 0.5 * (200) + 300 = 400$. De modo que dos puntos que satisfacen la ecuación de costo son (0, 300) y (200, 400). Graficando estos dos puntos y uniéndolos mediante una línea recta, obtenemos la gráfica que aparece en la figura. Nótese que la porción relevante de la gráfica está situada por completo en el primer cuadrante porque x y yc no pueden ser cantidades negativas.



a) Sustituyendo $x = 1000$ en la ecuación $y_c = 0.5 * x + 300$, obtenemos

$$y_c = 0.5 * (1000) + 300 = 800$$

En consecuencia, el costo de procesar 1000 kilos de granos de café al día será de $800

5. El costo variable de fabricar una mesa es de $7 y los costos fijos son de $150 al día. Determine el costo total y_c de fabricar x mesas al día. ¿Cuál es el costo de fabricar 100 mesas al día?

Solución

Nº	Costo
1	7
2	$7(2)=14$
3	$7(3)=21$
⋮	⋮
x	$7x$ mx

Costo Fijo: $b = 150$

Costo total

$$y_c = mx + b$$

$$y_c = 7x + 150$$

$x = 100$

$$\Rightarrow y_c = 7(100) + 150 = 850$$

6. Bob Michaels compró una casa hace 8 años en $ 42,000; este año el inmueble se valuó en $ 67,500.
   a) Una ecuación lineal $V = mt + b, 0 \leq t \leq 15$ representa el valor V de la casa durante 15 años a partir de que fue comprada. Determine m y b.
   b) Grafique la ecuación y márquela para estimar en cuantos años, a partir de la compra, esta casa tendrá un valor de $ 72,500.
   c) Plantee y resuelva una ecuación de forma algebraica para determinar cuántos años, a partir de la compra, esta casa tendrá un valor de $ 74,000.
   d) Determine cuantos años después de la compra esta casa tendrá un valor de $ 80,250.

7. El costo mensual de conducir un coche depende del número de millas recorridos. María encontró que en Mayo su costo de manejo fue de $ 380 para 480 millas y en Junio su precio era de $ 460 para 880 millas. Supongamos que existe una relación lineal entre el C costo mensual de la conducción de un coche y la distancia recorrida d.
   a) Encuentre una ecuación lineal que relaciona C y d.
   b) Use la parte (a) para predecir el costo de conducir 2500 millas por mes.
   c) Si se pagaron $ 430, ¿cuántas millas se recorrieron?
   d) Representar gráficamente la ecuación lineal.
   e) Interpretar el valor de la pendiente y la intersección con el eje y.